

## Algoritmi i strukture podataka - II KOLOKVIJUM

1. Traži se prva pojava uzorka "ATCACATCATCA" u tekstu „GATCGATCACATCATCACGAAAAA”.

(a) Izračunati brojeve pomeranja uzorka --- tabelu koja se koristi za algoritam KMP. (2.5 poena)

(b) Koliko puta se pomera uzorak do konačnog odgovora? (2 poena)

2. Dat je neusmereni povezani graf  $G=(V,E)$  sa  $n$  čvorova. Potrebno je ustanoviti da li u grafu  $G$  postoji trougao (tj. takva tri čvora da između svaka dva od njih postoji grana). Napisati pseudo kôd algoritma složenosti  $O(n^{\log_2 7})$  koji daje odgovor na ovo pitanje. (4.5 poena)

3. Konstruisati algoritam koji za datu sumu  $S$  i dati niz  $v$  koji sadrži vrednosti apoeni pronalazi **sva** rešenja za rasitnjavanje sume  $S$ . Pretpostaviti da svakog apoeni ima proizvoljno mnogo. (4 poena)

4. Na slici dat je usmeren graf  $G=(V,E)$  listom povezanosti, tako da  $V=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Za početni poziv DFS(1) (DFS-pretraga grafa u dubinu), klasifikujte grane grafa u odnosu na DFS stablo. Pretpostavlja se da su grane  $(v,w)$  koje izlaze iz čvora  $v$  uređene numerički prema čvorovima  $w$ . (4 poena)

8	10	-	12	13	14	17	2	4	5	6	2	4	3	5	7	3
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17

RESENJA:

1.

a)

$j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P:$	A	T	C	A	C	A	T	C	A	T	C	A
$f:$	0	0	0	1	0	1	2	3	4	2	3	4

b)

$T:$ 

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
G	A	T	C	G	A	T	C	A	C	A	T	C	A	T	C	A	C	G	A	A	A	A	A	A

(a)  $P:$ 

A	T	C	A	C	A	T	C	A	T	C	A
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

(b)  $P:$ 

A	T	C	A	C	A	T	C	A	T	C	A
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

(c)  $P:$ 

A	T	C	A	C	A	T	C	A	T	C	A
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

(d)  $P:$ 

A	T	C	A	C	A	T	C	A	T	C	A
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

(e)  $P:$ 

A	T	C	A	C	A	T	C	A	T	C	A
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

(f)  $P:$ 

A	T	C	A	C	A	T	C	A	T	C	A
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

2.

**Analiza problema:** Neka je  $A$  matrica povezanosti grafa  $G$ . Postoji je graf  $G$  neusmeren, matrica  $A$  je simetrična. Razmotrimo vezu elemenata matrice  $B=AA$  (proizvod matrica) i grafa  $G$ .

Prema definiciji proizvoda matrica vazi da je

$$B[i][j] = \sum_{k=1}^n A[i][k] * A[k][j]$$

Iz ove jednakosti sledi da je uslov  $B[i][j] > 0$  ispunjen akko postoji indeks  $k$ , takav da su oba elementa  $A[i][k]$  i  $A[k][j]$  jedinice.

Drugim recima,  $B[i][j] > 0$  je ispunjeno ako i samo ako postoji cvor  $v_k$ , takav da je  $k \neq i, k \neq j$  i da su oba cvora  $v_i, v_j$  povezana sa  $v_k$ .

Prema tome, u grafu postoji trougao koji sadrži temena  $v_i, v_j$  akko je  $v_i$  povezan sa  $v_j$  i  $B[i][j] > 0$ .  
Konacno, u  $G$  postoji trougao akko postoje takvi indeksi  $i, j$  da je  $A[i][j] = 1$  i  $B[i][j] > 0$ .

Navedena analiza sugerise algoritam.

#### Algoritam (A)

1. Treba izracunati matricu  $B = A A$
2. Proveriti ispunjenost uslova  $A[i][j] = 1, B[i][j] > 0$  za sve parove  $[i][j]$

**Vremenska slozenost:** Prover uslova iz koraka 2 zahteva  $O(n^2)$  koraka, te preovladujuci deo vremenske slozenosti algoritma potice od mnozenja matrica. Time je problem nalazenja trougla u grafu sveden na problem mnozenja matrica. Za mnozenje matrica moze se iskoristiti Štrassenov algoritam i tako se dobija algoritam za nalazenje trougla u grafu slozenosti  $O(n^{2.81})$ .

3.

```
#include <stdio.h>
int s; /* novcani iznos koji treba razbiti */
int n; /* broj razlicitih novcanica */
int v[10]; /* vrednosti novcanica/apoena */
int x[10]; /* kolicina pojedinih apoena */

void pisi()
{
    int i;
    printf("\nRazmena: \n");
    for(i=0; i<n; i++) printf("%d dinara:%d puta ", v[i],x[i]);
    printf("\n");
}

void razmeni(int k, int s)
{
    //k= redni broj apoena
    //s = tekuca suma za rasiitnjavanje
    int i;
    if(k>=n)
    {
        if(s==0) pisi();
    }
    else
    for(i=0; i<=s/v[k];i++)
    {
        x[k]=i;
        razmeni(k+1, s -i*v[k]);
    }
}

main()
{
    int i;
    printf("Unesite sumu i broj novcanica\n");
    scanf("%d%d",&s,&n);
    printf("\nUnesite vrednost za %d novcanica\n",n);
    for(i=0; i<n;i++) scanf("%d",&v[i]);
    razmeni(0,s);
}
```

4. Grane stabla: 12, 26, 25, 63, 67, 54

Direktne: 14

Poprecne: 73, 65

Povratne: 42