AIDA2 – kolokvijum I smer

1.
Nindža kornjače kad nisu na tajnom zadatku imaju priliku da se odmaraju u svom tajnom skrovištu. Osnova prizemlja skrovišta je pravougaonog oblika podeljena na M*N jedinična kvadratića. Neki od tih kvadratića na planu prizemlja predstavljaju sobe, a neki kvadratići predstavljaju zidove. Da bi nindža kornjače mogle da se bezbedno odmaraju u tajnom skrovištu, u nekim sobama su ukopane rupe na čijem dnu žive borbeni Džons mutanti, najbliži saveznici i zaštitnici nindža kornjača. Ali, sem ove sigurnosne mere, nindža kornjače kao zaštitnike u nekoj sobi postavljaju i Splinter mutante, mutirane pacove koji su odlični borci pištoljima i zaštitnici nindža kornjača. Splinter mutanti su obučeni da pucaju u metu čim je opaze. Dakle, raspored Splinter mutanta mora biti pažljivo osmišljen, jer ako bi se dva Splinter mutanta opazila međusobno, oni bi pucali jedan na drugog. Takođe, Splinter mutant ne može biti ni u sobi sa Džons mutantima. Dakle, svaka soba bez rupe može da sadrži najviše jednog Splinter mutanta. Dva Splinter mutanta u različitim sobama, mogu da vide jedan drugog ako i samo ako njima odgovarajući kvadratići na planu prizemlja su u istoj vrsti ili istoj koloni i ne postoje zidovi među njima. (Splinter mutanti mogu opažanja da izvode samo u četiri smera: ispred, iznad, levo, desno.) Napišite program koji će odrediti i na standardni izlaz ispisati maksimalan broj Splinter mutanta koji se mogu rasporediti unutar tajnog skrovišta (poštujući navedena pravila). Program treba da ispiše i raspored Splinter mutanta po sobama.

Opis ulaza

U prvoj liniji standardnog ulaza nalaze se dva broja M, N (1 <=M,N <= 200) koji predstavljaju redom broj vrsta i broj kolona osnove prizemlja tajnog skrovišta. U narednih M linija nalazi se po N brojeva razdvojeni blanko karakterom. Dakle, u i-toj liniji dato je N brojeva $a_{i,1}$,..., $a_{i,N}$, tako da:

ako $a_{i,j} = 0$, onda kvadratić [i,j] predstavlja sobu bez Džons mutanta

ako $a_{i,j} = 1$, onda kvadratić [i,j] predstavlja sobu sa Džons mutantom

ako $a_{i,j} = 2$ onda kvadratić [i,j] predstavlja zid

Uočite da: 1<=j<=N, 1<=i<=M

Opis izlaza

Prva linija standardnog izlaza mora da sadrži najveći broj Splintera mutanta (broj K) koji se mogu rasporediti unutar tajnog skrovišta. U narednih K linija standardnog izlaza nalazi se moguć raspored K Splintera mutanta po sobama tako da u i-toj od ovih K linija se nalaze dva cela broja s_i, t_i razdvojenih jednim blanko karakterom i ta dva broja predstavljaju koordinate Splinter mutanta, tj. s_i je redni broj vrste, t_i je redni broj kolone.

Test primer

ULAZ	IZLAZ
3 4 2 0 0 0 2 2 2 1 0 1 0 2	2 1 2 3 3

Napomena uz test primer: Splinter moze da se nadje u sobama (1,2), (3,3) koje su dole oznacene slovom S.

ULAZ

Z	0	0	0
Z	Z	Z	Dž
0	Dž	0	Z

IZLAZ

Z	S	0	0
Z	Z	Z	Dž
0	Dž	S	Z

Vremenska složenost: $O(M^2N^2)$

Memorijsko ograničenje: 8MB

2.
Najpametniji od nindža kornjača, Donatelo je dobio zadatak da na osnovu koordinata svih sigurnih N (N<1000) uglova tajnog skrovišta nindža kornjača kreira što jeftiniji zid oko tajnog skrovišta, ali tako da nijedna tačka zida nije na rastojanju od skrovišta manjem od R metara (1<=R<=1000). Napisati program koji sa standardnog ulaza u prvom redu unosi broj uglova tajnog skrovišta i minimalno rastojanje R zida od skrovišta, a potom u N sledećih redova i celobrojne koordinate Xi,Yi uglova tako da su u svakom redu date koordinate i-tog ugla razdvojene jednim blanko karakterom. Program treba da na standardni izlaz ispiše minimalnu dužinu zida (vrednost bez decimala) koji okružuje skrovište pod gore opisanim uslovima.

Vremenska složenost: O(N log n)

ULAZ
9 100
200 400
300 400
300 300
400 300
400 400
500 400
500 200
350 200
200 200
IZLAZ
1628

3. Neprijatelji nindža kornjača naporno vežbaju kako bi dostigli atletske i borilačke veštine hrabrog Leonarda. Na svakom od turnira neprijatelji mogu sakupiti najviše 9999, a najmanje 1000 poena. Ako je poznato da bi na tim turnirima Leonardo osvojio X poena, ispitati da li postoje dva neprijatelja čiji zbir poena je jednak X. Ako postoji više takvih rešenja, ispisati ono koje sadrži najmanji moguć broj poena nekog neprijatelja. Napisati program koji sa standardnog ulaza u prvom redu učitava broj neprijatelja N i broj poena Leonarada X (razdvojenih sa jednim blanko karakterom), a potom u sledećem redu N različitih poena svakog neprijatelja razdvojenih blanko karakterom. Program treba da na standardnom izlazu ispiše dva člana niza poena, poen[i], poen[j] (najpre ispisati manju vrednost) tako da važi poen[i] + poen[j] =X, $i \neq j$ ili -1 ako takvi poeni ne postoje.
Vremenska složenost: O(N)

ULAZ	IZLAZ
5 13000	4000 9000
9000 6000 4000 1000 7000	

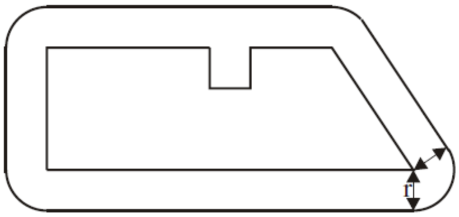
ULAZ	IZLAZ
5 12000	-1
9000 6000 4000 1000 7000	

Napomena uz test primer 1: 4000+9000=13000

Resenja

1.
Radi lakse implementacije, pretpostavimo da je skrovište okruženo zidovima. Segmentna linija je svaki neprekidan deo vrste koji ne sadrži zid i koji se ne može proširiti niti u jednom smeru (tj. neposredno levo i desno nalaze se zidovi). Slično definišemo segmentnu kolonu. Jasno svaki segment može da sadrži najviše jednog Splintera.
Možemo formirati bipartitivni graf G=(U,V,E) čiji čvorovi u 1. skupu U odgovaraju segmentnim linijama, dok čvorovi u 2. skupu V odgovaraju segmentnim kolonama. Dva cvora iz skupa U i skupa V su povezani granom ako i samo ako se seku odgovarajuća segmentna linija i segmentna kolona i ako presek ne sadrži Džons mutanta. Dakle, grana grafa odgovara kvadratcu/polju[i][j] gde može stajati Splinter.
Razmotrimo sad neku lokacija za Splintera koja je valjana. Tada grane grafa koje odgovaraju pozicijama gde Splinteri stoje zapravo formiraju uparivanje u G (bipartitivnom grafu). Svaka segmentna linija i segmentna kolona sadrzi najvise jednog Splintera, te otuda svaki cvor je susedan najvise jednoj grani. S druge strane, svako uparivanje u grafu G odgovara nekoj valjanoj poziciji Splintera.
Drugim recima, da bi smestili maksimalan (optimalan) broj Splintera u skrovistu, dovoljno je naci maksimalno (optimalno) uparivanje u grafu G. Za to postoji poznat algoritam vremenske slozenosti O(|U+V|*|U+V+E|) koji se zasniva na konstrukcijama povecavajuceg puta i zamenama uparenih i neuparenih grana duz povecavajuceg puta. Kako je |U+V|, |E|~ O(MN), to je slozenost ovog resenja $O(M^2N^2)$.

2.



Resenje zadatka je duzina konveksnog omotaca tacaka (u kojima su uglovi dvorca) uvecana za duzinu obima kruznice poluprecnika R. Zaista, trazeni zid mozemo dobiti ako transliramo za R stranice konveksnog omotaca i u temenima konveksnog omotaca opisemo lukove nad uglovima koji su jednaki spoljasnjim uglovima u tim tackama. Ovo vazi zbog toga sto ako ugao od 360° umanjimo za $2 \cdot 90^\circ$ (uglovi sa normalama u temenima) dobijamo da je zbir unutrasjeg ugla i ugla nad kojim je luk jednak 180°.

Pokazimo da je zbir uglova lukova u temenima jednak 360°. Zaista, ako K (broj temena konveksnog omotaca) zbirova spoljasnjeg i unutrasnjeg ugla ($K \cdot 180$) umanjimo za zbir unutrasnjih uglova $(K-2)\cdot 180$ dobijamo da je zbir spoljasnjih uglova 360°. Prema tome, duzina trazenog zida je:

obim konveksnog omotaca$+2R\pi$.