

Konstrukcija i analiza algoritama 2, ispit, februar 2014.

1. a) Primenite COUNTING SORT nad nizom {5,9,11,9,5,1,10,15} i odgovor prikažite detaljno po koracima rada.  
 b) Koja je vremenska i memorijska složenost algoritma COUNTING SORT u najboljem, najgorem i prosečnom slučaju?
2. Dat je usmereni graf  $G = (V,E)$  sa dva istaknuta čvora **1** i **6**, tako da je svakoj grani grafa dodeljen kapacitet. Odrediti maksimalni protok od čvora **1** do čvora **6** kroz dati graf i obrazložiti odgovor. Svaka grana grafa je opisana trojkom  $(a,b, \text{cap})$  sa značenjem grana od  $a$  do  $b$  ima težinu  $\text{cap}$ .  $G = \{ (1, 2, 5), (1, 3, 15), (2, 4, 5), (2, 5, 5), (3, 4, 5), (3, 5, 5), (4, 6, 15), (5, 6, 5) \}$
3. Konstruisati CRCW algoritam za objedinjavanje dva niza brojeva  $A$  i  $B$  u jedan sortiran niz. Poredak sortiranja je istovetan kod sva tri niza. Vremenska složenost treba da bude  $O(1)$ . Na raspolaganju je neograničen i memorijski prostor i broj procesora.
4. Odrediti izgled **AVL stabla** dobijenog izvršavanjem narednog niza operacija nad praznim stablom: (umetni,15), (umetni,11), (umetni,18),(umetni,19),(umetni,25),(umetni,17),(umetni,16),(obrisi,11),(umetni,20),(umetni,14).

Resenja:

1.

COUNTING-SORT( $A, B, k$ )

**for**  $i \leftarrow 0$  **to**  $k$

**do**  $C[i] \leftarrow 0$

**for**  $j \leftarrow 1$  **to**  $\text{length}[A]$

**do**  $C[A[j]] \leftarrow C[A[j]] + 1$

$\triangleright C[i]$  now contains the number of elements equal to  $i$ .

**for**  $i \leftarrow 1$  **to**  $k$

**do**  $C[i] \leftarrow C[i] + C[i - 1]$

$\triangleright C[i]$  now contains the number of elements less than or equal to  $i$ .

**for**  $j \leftarrow \text{length}[A]$  **downto** 1

**do**  $B[C[A[j]]] \leftarrow A[j]$

$C[A[j]] \leftarrow C[A[j]] - 1$

Korak 1

Niz C

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Sadržaj	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Korak 2

Niz C

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Sadržaj	1	0	0	0	0	0	0	0	2	1	1	0	0	0	1

Korak 3

Niz C

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Sadržaj	1	1	1	1	3	3	3	3	5	6	7	7	7	7	8

Korak 4

Niz C

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Sadržaj	1	1	1	1	3	3	3	3	5	6	7	7	7	7	7

Niz B

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8
Sadržaj	X	x	x	x	x	x	x	15

Korak 5

Niz C

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Sadržaj	1	1	1	1	3	3	3	3	5	5	7	7	7	7	7

Niz B

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8
Sadržaj	X	x	x	x	x	10	x	15

Korak 6

Niz C

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Sadržaj	0	1	1	1	3	3	3	3	5	5	7	7	7	7	7

Niz B

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8
Sadržaj	1	x	x	x	x	10	x	15

Korak 7

Niz C

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Sadržaj	0	1	1	1	2	3	3	3	5	5	7	7	7	7	7

Niz B

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8
Sadržaj	1	x	5	x	x	10	x	15

Korak 8

Niz C

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Sadržaj	0	1	1	1	2	3	3	3	4	5	7	7	7	7	7

Niz B

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8
Sadržaj	1	x	5	x	9	10	x	15

Korak 9

Niz C

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Sadržaj	0	1	1	1	2	3	3	3	4	5	6	7	7	7	7

Niz B

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8
Sadržaj	1	x	5	x	9	10	11	15

Korak 10

Niz C

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Sadržaj	0	1	1	1	2	3	3	3	3	5	6	7	7	7	7

Niz B

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8
Sadržaj	1	x	5	9	9	10	11	15

Korak 11

Niz C

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Sadržaj	0	1	1	1	1	3	3	3	3	5	6	7	7	7	7

Niz B

Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8
Sadržaj	1	5	5	9	9	10	11	15

b) Counting Sort je algoritam čija vremenska složenost je  $\Theta(n)$  bez obzira na uređenost elemenata niza. U prosečnom, najgorem i najboljem slučaju, vremenska složenost je  $\Theta(n)$ .

Da bi se inicijalizovao niz C na 0 potrebno je  $\Theta(k)$ .

Da bi se prošlo kroz polazni niz i prebrojali elementi jednaki odgovarajućem indeksu u nizu C potrebno je  $\Theta(n)$ .

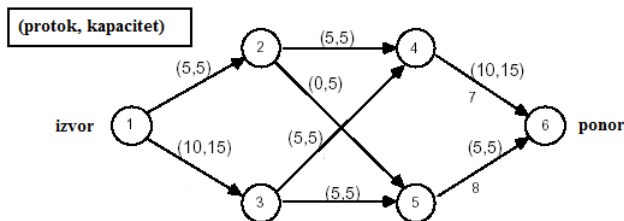
Da bi se dobila suma elemenata koji su manji ili jednaki odgovarajućem indeksu u nizu C potrebno je  $\Theta(k)$ .

Na kraju, za prepisivanje iz niza A u niz B i dekrementaciju odgovarajućeg člana niza C, potrebno je  $\Theta(n)$ . Dakle, ukupno vreme je  $\Theta(n+k)$ . U praksi, mi koristimo Counting Sort kada  $k = O(n)$ , te je vreme izvršavanja  $\Theta(n)$ .

Prostorna složenost za Counting Sort je  $\Theta(V_{\max} - V_{\min} + 1) + \Theta(n)$ , gde  $V_{\max}$  i  $V_{\min}$  su redom najveća i najmanja vrednost polaznog niza. Counting Sort zahteva dva dodatna niza: niz C  $[0 \dots K]$  kao pomoćni radni niz i niz B  $[0 \dots n]$  koji sadrži sortirani polazni niz. Niz C zauzima prostor  $\Theta(k)$  što je jednako  $\Theta(V_{\max} - V_{\min} + 1)$ . Niz B zauzima prostor  $\Theta(n)$ . Dakle, ukupna prostorna složenost je  $\Theta(V_{\max} - V_{\min} + 1) + \Theta(n)$ .

2. Resenje:  $5+5+5=15$

Rezultat povećavanja toka dat je na sledećoj slici mreže:

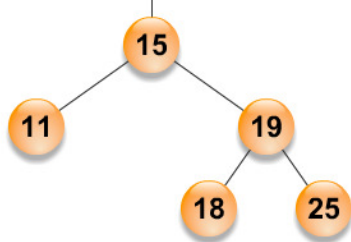


3. Pogledati zadatak 9 sa vežbi

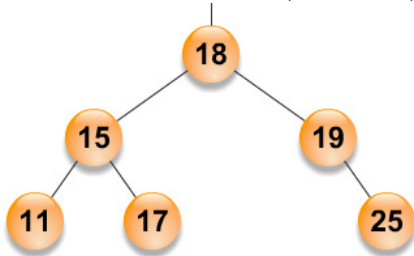
<http://poincare.matf.bg.ac.rs/~jelenagr/AIDA2/cas10.pdf>

4.

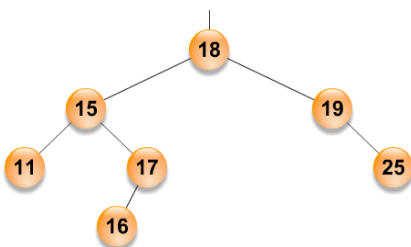
AVL stablo nakon prvih pet operacija umetanja



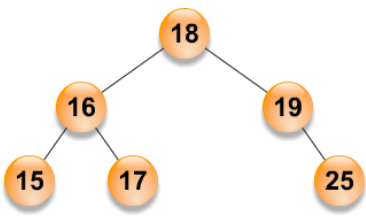
AVL stablo nakon koraka (umetni 17)



AVL stablo pre koraka (obrisi, 11)



AVL stablo nakon koraka (obrisi, 11)



Konacno rešenje

